

Indicar cuál de los dos materiales siguientes es más adecuado para soportar el sistema de fuerzas indicado en la figura, conociendo la sección de la viga y sus límites elásticos

Datos:

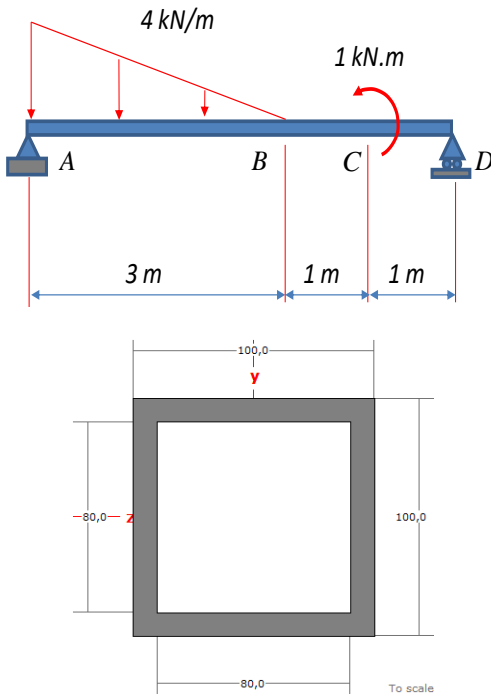
Coficiente de seguridad compresión = 8

Material 1:

$\sigma_{Y1} = 300 \text{ MPa}$

Material 2:

$\sigma_{Y2} = 320 \text{ MPa}$



a) Reacciones

$$\sum M_D = 0 \rightarrow 5V_A - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 - 1 = 0$$

$$V_A = 5 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_D = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 - 5$$

$$V_D = 1 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

b) Leyes de esfuerzo

$$0 \leq x \leq 3$$

$$q(x) = q_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right) = 4 \left(1 - \frac{x}{3}\right)$$

$$V_T(x) = \int_0^x 4 \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) \cdot d\xi = \left[4 \cdot \left(\xi - \frac{\xi^2}{6}\right)\right]_0^x =$$

$$= 4x \cdot \left(1 - \frac{x}{6}\right) = -\frac{2x}{3}(x - 6)$$

$$M_T(x) = \int_0^x 4 \cdot \left(\xi - \frac{\xi^2}{6}\right) \cdot d\xi =$$

$$= \left[4 \cdot \left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{18}\right)\right]_0^x = 2x^2 \left(2 - \frac{x}{9}\right)$$

$$V_{AB} = 5 + \frac{2x}{3}(x - 6) = 0,66x^2 - 4x + 5 \text{ kN}$$

$$M_{AB} = 5x - 4x^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{18}\right) = 5x + \frac{2x^2}{9}(x - 9)$$

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM(x)}{dx} = V(x) = 0$$

$$V(x) = 0,66x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x = 1,76 \text{ m}$$

$$M_{\max} = M_{AB}(x = 1,76) = 3,82 \text{ kN.m}$$

$$3 \leq x \leq 4$$

$$V_{BC} = 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \rightarrow V_{BC} = -1 \text{ kN}$$

$$M_{BC} = 5x - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot (x - 1)$$

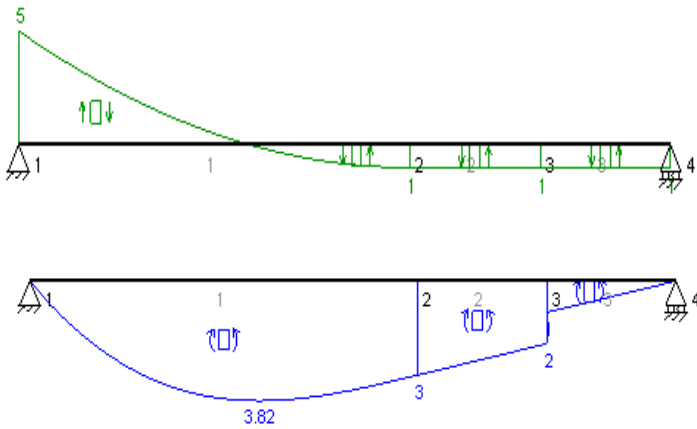
$$M_{BC} = -x + 6 \text{ kN.m}$$

$$4 \leq x \leq 5$$

$$V_{BC} = V_{CD} = -1 \text{ kN}$$

$$M_{CD} = x' = 5 - x$$

c) Diagramas de esfuerzo



d) Cálculo de los momentos de inercia

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 100^4 - \frac{1}{12} 80^4 = 4,92 \cdot 10^6 \text{ mm}^6$$

$$I_y = I_x \text{ (symmetry)} = 4,92 \cdot 10^6 \text{ mm}^6$$

e) Tensiones normales y elección del material.

Utilizando la ecuación de Navier:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x \cdot y}{I_x}$$

Donde:

- $\sigma_{\max}$ : tensión normal (Pa)
- $M_x$ : momento aplicado en la sección (N.m<sup>2</sup>)
- $y$ : cota vertical desde el C.O.G. (m)
- $I_G$ : momento de inercia (m<sup>4</sup>)

Para el primer material se tiene:

$$\sigma_{\max}^c = \frac{3,82 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 0,05 \text{ N} \cdot \text{m}^2}{4,92 \cdot 10^6 \text{ m}^{-6}} = \mathbf{38,82 \text{ MPa (C)}}$$

Ahora se comprobará si el material número 1 puede soportar esta tensión con el coeficiente de seguridad pedido:

$$C_s = \frac{\sigma_{Y1}}{\sigma_{\text{all}}} \rightarrow \sigma_{\text{all}} = \frac{300 \text{ MPa}}{8} = 37,5 \text{ MPa}$$

$38,82 > 37,5 \text{ MPa} \rightarrow$  luego el material #1 no cumple con el requisito.

Con respecto al material 2 se calcula:

$$C_s = \frac{\sigma_{Y2}}{\sigma_{\text{all}}} \rightarrow \sigma_{\text{all}} = \frac{320 \text{ MPa}}{8} = \mathbf{40 \text{ MPa}}$$

$38,82 < 40 \text{ MPa} \rightarrow$  el material 2 sí cumple con el primer requisito y por tanto sería el elegido para la construcción de la viga.